Damer Tufaile

Engenheiro Civil pela Escola de Engenharia da Universidade Mackenzie

Algoritmo Retangular

Resumo

O algoritmo que ora apresentamos tem **cunho didático** cuja finalidade é mostrar sua aplicação na **decomposição de números inteiros de pequena monta** ou resolver, sem aplicar a fórmula de Baskhara, equações do 2º grau cujas raízes sejam **números inteiros ou decimais positivos**. Ele se origina, como ficará claro no decorrer da exposição, do algoritmo circular.

Introdução

A ideia de formular este algoritmo teve origem na observação da expressão $y^2 = x*(D-x) = x*z$ [1] onde o 1º termo pode ser interpretado , em particular, como sendo a área de um quadrado de lado y. Ocorre que y só será um número inteiro quando y^2 for um quadrado perfeito. No caso geral o 2º termo desta equação pode ser interpretado como sendo a área de um retângulo de lados x e z composto de x*z unidades.

1 Brincando com os primos

Para a resolução do problema o usuário deve munir-se de calculadora que forneça raiz quadrada ou consultar tabela que forneça quadrados perfeitos de números inteiros.

Vejamos, através de um exemplo singelo, como se dá o funcionamento deste algoritmo que nomeamos **retangular**. Seja $y^2=91$ o resultado do produto de dois números primos ou impares positivos que desejamos conhecer (observe que as incógnitas não precisam necessariamente ser números impares).

O quadrado perfeito inferior mais próximo de 91 é 81 (o número a ser decomposto está entre os quadrados perfeitos 81(9*9) e 100 (10*10)donde se conclui que o retângulo procurado é composto de um quadrado 9*9 + 10 unidades restantes ou ainda um retângulo contendo 10*9 +1 unidades conforme indicado na figura 1. Assim é que, empilhando 7 elementos da nona linha na décima primeira coluna e os três elementos restantes na décima segunda coluna obtemos uma décima primeira coluna completa e uma décima segunda coluna incompleta com três elementos como se mostra na figura 2.

A seguir empilhamos 4 elementos da 8ª linha na 12ª coluna como se mostra na figura 3. Finalmente a 13ª coluna que aparece na figura 4 foi formada empilhando-se os 7 elementos restantes da 8ª linha na 13ª coluna. Obtemos desta forma um retângulo cujas dimensões são os impares ou primos procurados, isto é 13*7 = 91.

O algoritmo retangular, mostrado aqui de forma simples e lúdica, será apresentado na íntegra em sua forma numérica no item a seguir.

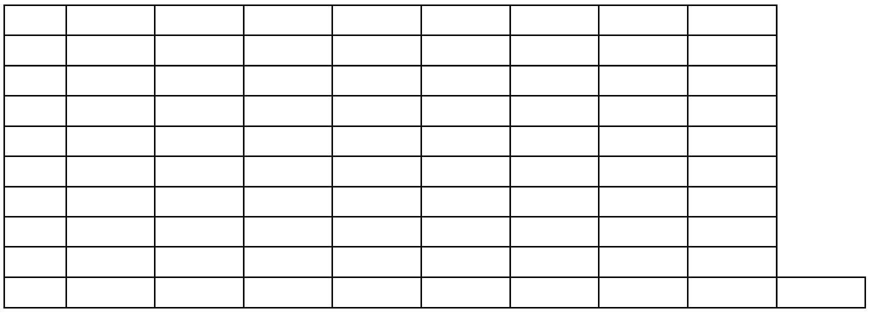

Figura 1

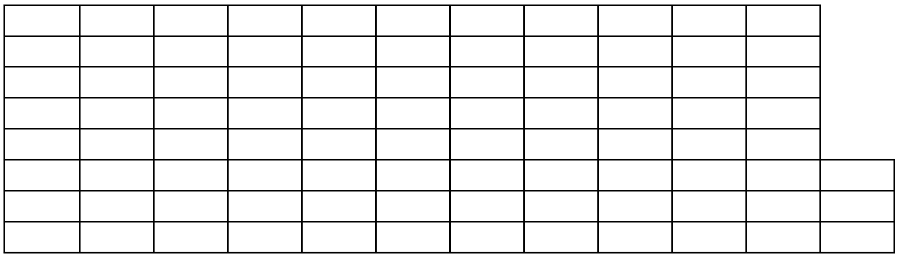

Figura 2

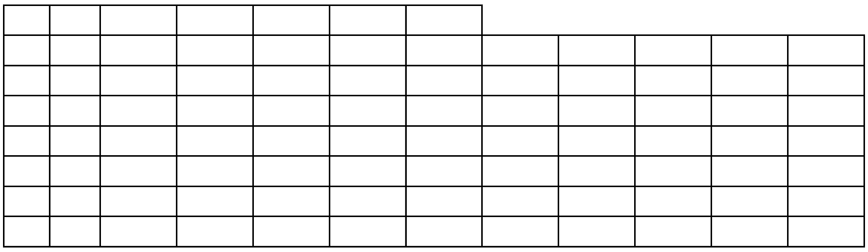

Figura 3

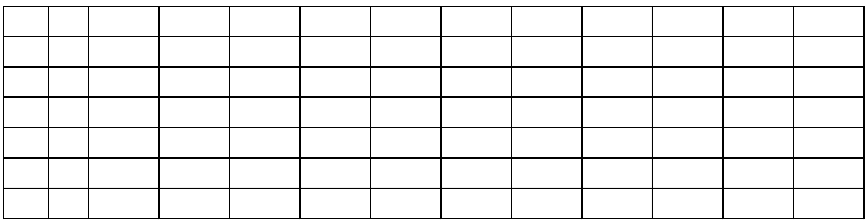

Figura 4

2 Descrição das operações para o algoritmo retangular

Seguindo a ideia apresentada no item 1 aplicamos, passo a passo, na tabela 1, o algoritmo retangular para resolver o problema da decomposição do produto representado pelo número 377. Os **cálculos preliminares** são os seguintes: extraímos a raiz quadrada de 377 o que corresponde a 19,416487 e arredondamos para o inteiro inferior mais próximo que no caso é 19. Toma-se o quadrado de 19: 19*19 = 361 e Subtrai-se 361 de 377resultando 16. Deste modo, 377 = 19*19 + 16 o que corresponde a um quadrado de 19 linhas e 19 colunas, cada linha e coluna com 19 elementos mais uma coluna restante incompleta de 16 elementos. Na tabela 1 temos 5 colunas, a saber: a primeira se refere ao número de linhas, a segunda ao número de colunas do retângulo inicial, a terceira corresponde ao produto das duas primeiras colunas, a quarta ao resto, isto é, a diferença entre 377 e o produto das duas primeiras coluna da 1ª linha. A última coluna é a do diâmetro do Circulante correspondendo à soma de x e z.

L = Linha	C = Coluna	Y^2 = Produto	R = Resto	D = Diâmetro
19	19	361	16	38
18	20	360	17	38
17	21	357	20	38
16	**22**	**352**	**25**	**38**
17	22	374	3	39
16	23	368	9	39
15	24	360	17	39
14	**25**	**350**	**27**	**39**
15	25	375	2	40
14	26	364	13	40
13	27	351	26	40
12	**28**	**336**	**41**	**40**
13	28	364	13	41
12	**28**	**336**	**41**	**40**
13	28	364	13	41
12	**29**	**348**	**29**	**41**
13	29	377	0	42

Tabela 1

Assim, a partir de 19 linhas e 19 colunas e o resto 16, passamos para a próxima linha acrescentando a unidade ao número de colunas e subtraindo a unidade do número de linhas. De modo que na segunda linha temos: 18*20 = 360, que subtraído de 377 resulta no resto 17. Prosseguimos com este procedimento até a 4ª linha, assinalada em negrito, onde o resto 25 torna-se maior que o número de colunas (22 colunas). Nesse momento é feita uma correção acrescentando-se uma unidade ao número de linhas (17) e subtraindo do resto o que foi incorporado à linha, isto é 25-22 = 3.

Assim, resultam na linha seguinte 17 linhas, 22 colunas e um resto de 3. Daí em diante o procedimento se repete até que o resto volte a ficar maior que o número que representa a coluna.

Observe que a quantidade de linhas entre cada incorporação de resto diminui à medida que se aproxima da solução do problema, que se dá, na última linha, quando o resto se torna zero.

O algoritmo retangular nada mais é do que uma variante do algoritmo circular e sua aplicação, na decomposição de números compostos, se limita, pela sua lentidão, à decomposição de números relativamente **pequenos** ou á aplicações de **natureza didática**.

3 Exemplo de aplicação do algoritmo retangular na resolução de equações do 2º grau nos casos em que as raízes são números inteiros ou decimais positivos.

O algoritmo retangular pode ser aplicado na resolução de equações do 2º grau nos casos em que as raízes da equação sejam números inteiros ou decimais positivos.

Para tanto, a forma geral da equação do 2º grau do tipo:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

deve apresentar o coeficiente "a" igual a 1. No caso de "a" ser diferente de 1, todos os coeficientes da equação devem ser previamente divididos pelo valor de "a" de modo que a equação tome a forma:

$$x^2 + bx/a + c/a =0$$

Vejamos um exemplo. Seja resolver a equação:

$0{,}25x^2 - 4{,}75x + 21 = 0$

Dividindo todos os coeficientes da equação por 0,25 obtemos:

$$x^2 – 19x +84 = 0$$

L = Linha	**C = Coluna**	**Y^2 = Variável Produto**	**R = Resto**	**D = Diâmetro**
9	9	81	3	18
10	8	80	4	18
11	**7**	**77**	**7**	**18**
12	7	84	0	19

Tabela 2

À semelhança do problema resolvido via tabela 1, apresentamos na tabela 2 a resolução da equação proposta. Extraímos a raiz quadrada do coeficiente "c" que corresponde ao produto das duas raízes procuradas. A raiz quadrada de 84 é 9,1651 donde, o quadrado perfeito inferior mais próximo é 81 (9*9). Então para a primeira linha da tabela temos L = 9 , C = 9 , y^2 = 81 e R = 84 – 81 = 3. Na sequência os cálculos são feitos de forma semelhante como indicado na tabela 1 até obtermos o resto igual a zero e as raízes x' = 12 e x" = 7 conforme resultado mostrado na última linha da tabela 2. Por este exemplo verificamos que as incógnitas do problema geral não precisam ser necessariamente números ímpares.

4 Bibliografia

[1] Blog DNI - ***Goldbach : "A conjectura que virou corolário***" vide Item 4 função circular equação 4.1